第16講・図形と合同① 三角形の合同の証明

要点整理

1　合同な図形の性質

(1)　合同な図形では，**対応する線分**の長さは等しい。

(2)　合同な図形では，**対応する角**の大きさは等しい。

(3)　△ABC と△DEF が合同であることを，記号≡を使って，**△ABC≡△DEF** と表し，「三角形 ABC　合同　三角形 DEF」と読む。また，記号≡を使うとき，対応する頂点は同じ順に書く。

2　三角形の合同条件

２つの三角形は，次の各場合に，合同である。

①　**３辺がそれぞれ等しい。**

②　**２辺とその間の角がそれぞれ等しい。**

③　**１辺とその両端の角がそれぞれ等しい。**

3　証明

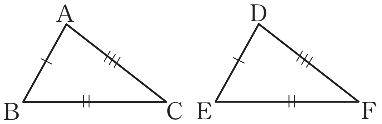
(1)　「○○○ならば□□□である」と表したとき，「○○○」の部分を**仮定**，「□□□」の部分を**結論**という。

(2)　仮定と結論が入れかわっているとき，一方を他方の**逆**という。あることがらが正しくても，その逆は正しいとはかぎらない。

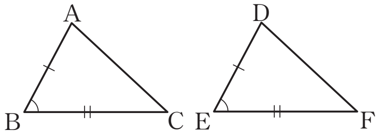
(3)　基本性質などを根拠に使って，すじ道を立てて，仮定から結論を導くことを**証明**という。

●三角形の合同条件

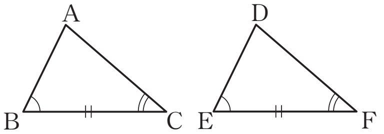
①　AB＝DE，BC＝EF，CA＝FD



②　AB＝DE，BC＝EF，∠B＝∠E



③　BC＝EF，∠B＝∠E，∠C＝∠F

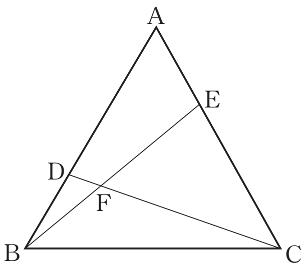


●「p ならば q である。」の逆は，「q ならば p である。」

例「$x=1$ ならば $x^2=1$ である。」の逆は，「$x^2=1$ ならば $x=1$ である。」

例題 1

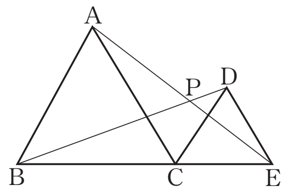
右の図で，△ABC は正三角形で，AE＝BD である。このとき，BE＝CD であることを次のように証明した。㋐～㋓をうめよ。



証明　△ABE と△〔　㋐　〕において，
仮定より，
AE＝BD…①，〔　㋑　〕＝BC…②，
∠BAE＝∠〔　㋒　〕＝60°…③
①，②，③より，〔　㋓　〕がそれぞれ等しいから，△ABE ≡△〔　㋐　〕
合同な三角形の対応する辺の長さは等しいから，BE＝CD

例題 2

右の図で，△ABC と△DCE はともに正三角形である。A と E，D と B を結び，その交点を P とする。次の問いに答えよ。



(1)　AE＝BD であることを次のように証明した。㋐～㋔をうめよ。

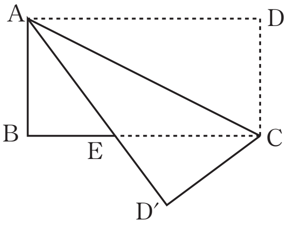
証明　△ACE と△〔　㋐　〕において，
仮定より，
AC＝BC…①，〔　㋑　〕＝CD…②
また，∠ACE＝60°＋∠〔　㋒　〕＝∠〔　㋓　〕…③
①，②，③より，〔　㋔　〕がそれぞれ等しいから，△ACE ≡△〔　㋐　〕
合同な三角形の対応する辺の長さは等しいから，AE＝BD

(2)　∠BPE の大きさを求めよ。

例題 3

右の図のように，長方形 ABCD を対角線 AC を折り目として折り返したところ，点 D は D′ に移動した。

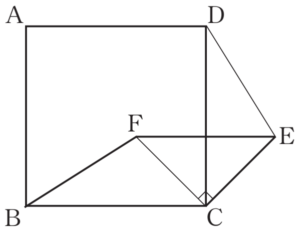
AD′ と BC の交点を E として，△ABE と△CD′ E は合同であることを証明しなさい。



問題

16－1

右の図で，四角形ABCDは正方形であり，△CEFはCE＝CFの直角二等辺三角形である。次の問いに答えなさい。



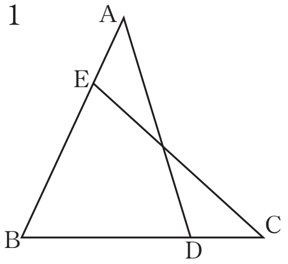
(1)　△BCF≡△DCEであることを証明せよ。

(2)　∠DCF＝∠FBC＝30°のとき，∠DEFの大きさを求めよ。

第16講・確認テスト

[1]　右の図１で，AB＝BC，∠BAD＝∠BCE のとき，AD＝CE である。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。（同じ番号を何度用いても構いません。）

図１



（証明）△ABD と［ア］において

［イ］より，　AB＝CB

∠BAD＝［ウ］

［エ］より，［オ］＝［カ］

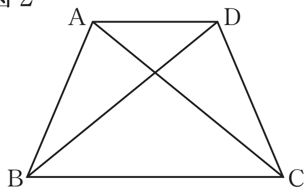
１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，　△ABD≡［キ］

よって，　AD＝CE

（選択肢）　①　△BCE　②　△CBE　③　∠ABD　④　∠BAD　⑤　∠CBE　⑥　∠BCE　⑦　仮定　⑧　共通な角　⑨　共通な辺

[2]　右の図２において，四角形 ABCD で，AB＝DC，AC＝DB のとき，∠BAC＝∠CDB である。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。（同じ番号を何度用いても構いません。）

図２



（証明）△ABC と［ク］において

［ケ］より，　AB＝DC

AC＝DB

［コ］より，　BC＝［サ］

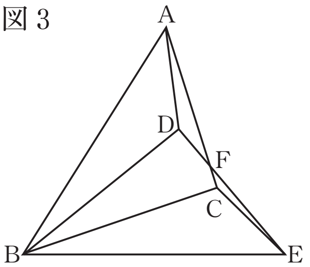
［シ］ので，　△ABC≡［ス］

よって，　∠BAC＝∠CDB

（選択肢）　①　△ACD　②　△DCB　③　BD　④　CB　⑤　仮定　⑥　共通な辺　⑦　共通な角　⑧　３辺がそれぞれ等しい　⑨　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

［3］　右の図3で，△ABC≡△EBDである。また，点FはACとEDの交点である。このとき，△ABD≡△EBCとなる。このことを，次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

図3



（証明）△ABDと△EBCにおいて

△ABC≡△EBDより，　AB＝［セ］…①，　BD＝［ソ］…②

∠ABC＝∠EBDで，　［タ］＝∠ABC－［チ］

［ツ］＝∠EBD－［チ］

よって，［タ］＝［ツ］…③

①，②，③より，［テ］ので，△ABD≡△EBC

（選択肢）

①　2辺とその間の角がそれぞれ等しい

②　1辺とその両端の角がそれぞれ等しい

③　BC　④　EB　⑤　∠ADB　⑥　∠DBC

⑦　∠ABD　⑧　∠EBC　⑨　∠ECB

第16講・図形と合同①　三角形の合同の証明

例題 1

㋐　BCD　　㋑　AB　　㋒　CBD　　㋓　２辺とその間の角

例題 2

(1)　㋐　BCD　　㋑　CE　　㋒　ACD　　㋓　BCD　　㋔　２辺とその間の角

(2)　120°

解説

(2)　(1)の結果より，∠CAE＝∠CBD から，

∠BPE＝∠BAP＋∠ABP＝∠BAC＋∠CAE＋∠ABP＝∠BAC＋∠ABC＝120°

例題 3

証明　△ABE と△CD′E において，

仮定より，AB＝CD＝CD′ …①

∠B＝∠D＝∠D′ …②

対頂角は等しいから，∠AEB＝∠CED′ …③

三角形の内角の和は 180° だから，②，③より，∠BAE＝∠D′CE…④

①，②，④より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABE≡△CD′E

16−1

(1)　証明　△BCF と△DCE において，

仮定より，CF＝CE…①

四角形 ABCD は正方形だから，BC＝DC…②

また，∠BCF＝90°－∠FCD

∠DCE＝90°－∠FCD

よって，∠BCF＝∠DCE…③

①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△BCF≡△DCE

(2)　45°

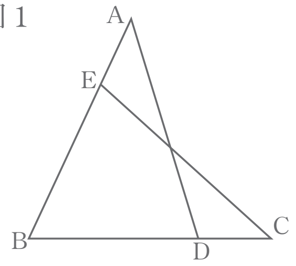
解説

(2)　∠DEF＝∠CED－∠CEF＝∠CFB－∠CEF＝90°－45°＝45°

第16講・確認テスト

［1］　右の図１で，AB＝BC，∠BAD＝∠BCE のとき，AD＝CE である。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。（同じ番号を何度用いても構いません。）

図１



（証明）△ABD と ［ア］ において

［イ］ より，　AB＝CB

∠BAD＝［ウ］

［エ］ より，［オ］＝［カ］

１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，　△ABD≡［キ］

よって，　AD＝CE

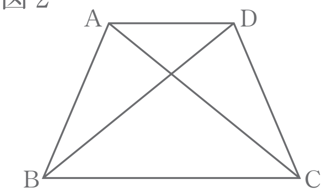
（選択肢）　①　△BCE　②　△CBE　③　∠ABD　④　∠BAD

⑤　∠CBE　⑥　∠BCE　⑦　仮定　⑧　共通な角

⑨　共通な辺

［2］　右の図２において，四角形 ABCD で，AB＝DC，AC＝DB のとき，∠BAC＝∠CDB である。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。（同じ番号を何度用いても構いません。）

図２



（証明）△ABC と ［ク］ において

［ケ］ より，　AB＝DC

AC＝DB

［コ］ より，　BC＝［サ］

［シ］ ので，　△ABC≡［ス］

よって，　∠BAC＝∠CDB

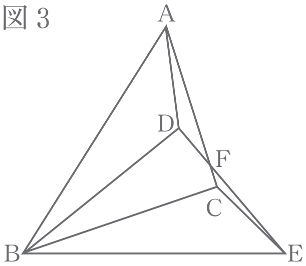
（選択肢）　①　△ACD　②　△DCB　③　BD　④　CB　⑤　仮定

⑥　共通な辺　⑦　共通な角　⑧　３辺がそれぞれ等しい

⑨　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

［3］　右の図３で，△ABC≡△EBD である。また，点 F は AC と ED の交点である。このとき，△ABD≡△EBC となる。このことを，次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

図３



（証明）△ABD と△EBC において

△ABC≡△EBD より，　AB＝［セ］…①，　BD＝［ソ］…②

∠ABC＝∠EBD で，［タ］＝∠ABC－［チ］

［ツ］＝∠EBD－［チ］

よって，［タ］＝［ツ］…③

①，②，③より，［テ］ので，△ABD≡△EBC

（選択肢）

①　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

②　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

③　BC　④　EB　⑤　∠ADB　⑥　∠DBC

⑦　∠ABD　⑧　∠EBC　⑨　∠ECB

解答

［1］	ア　②	イ　⑦	ウ　⑥	エ　⑧	オ　③	カ　⑤	キ　②
［2］	ク　②	ケ　⑤	コ　⑥	サ　④	シ　⑧	ス　②	
［3］	セ　④	ソ　③	タ　⑦	チ　⑥	ツ　⑧	テ　①	